

Auf der Suche nach den bissigsten Hunden – Die Idee des Einschätzens von Risiken mit mathematischen und statistischen Grundkompetenzen verknüpfen

ACHIM SCHILLER UND SEBASTIAN KUNTZE, LUDWIGSBURG

***Zusammenfassung:** Fähigkeiten eines kompetenten Einschätzens von Risiken werden nicht nur von Dispositionen wie Risikobereitschaft oder Risikoscheue beeinflusst, sondern sie sind eingebettet in ein Bündel mathematischer Grundkompetenzen. So verknüpft der Kontext des Einschätzens von Risiken Wissen über Proportionen oder über datenbezogenes Modellieren mit basalen Vorstellungen zum Wahrscheinlichkeitsbegriff. Da die flexible Anwendbarkeit solchen Grundwissens für Fähigkeiten des Einschätzens von Risiken von großer Bedeutung sein dürfte, besteht ein Bedarf nach entsprechenden Trainings für Lernende. Hier setzt dieser Beitrag an, in dem unterrichtspraktische Vorschläge zur Verknüpfung der Idee des Einschätzens von Risiken mit relevanten Bereichen mathematischen Basiswissens im Fokus stehen.*

1 Basisfähigkeiten des Einschätzens von Risiken als Förderziel zwischen Mathematical und Statistical Literacy

Die Partizipations- und Urteilsfähigkeit von Lernenden als zukünftige verantwortungsvolle Bürgerinnen und Bürger steht im Zentrum von Literacy-Ansätzen, insbesondere auch von Mathematical Literacy (Deut-

ches PISA-Konsortium 2004; OECD 2003) und Statistical Literacy (Wallman 1993; www.statlit.org). Zu diesen Beurteilungs- und (Mit-)Entscheidungsfähigkeiten gehören auch Fähigkeiten, Risiken einzuschätzen, zu beschreiben sowie rational und argumentativ mit Risiken umgehen zu können. Dabei verstehen wir unter Risiko einen zu erwartenden Verlust einer mit einem Wert verbundenen Ressource (z. B. Zeit, Gesundheit, Energie, Geld), der bei mindestens einem möglichen Ereignis auftreten kann.

Risiko im Sinne einer mathematischen Begriffsdefinition ist damit die *Summe der Produkte aus den Eintrittswahrscheinlichkeiten der mit dem Ressourcenverlust verbundenen Ereignisse und der Größe der jeweiligen Ressourcenverluste*, d. h. ein auf den Ressourcenverlust bezogener Erwartungswert. Neben dem Schätzen und Bestimmen von Eintretenswahrscheinlichkeiten stellt also das Beziffern und damit das Bewerten drohender Ressourcenverluste einen wesentlichen mathematischen Schritt des Modellierens von Risiken dar.

Unterrichtsrelevant sind jedoch auch Bereiche elementaren Vorwissens und Alltagsvorstellungen zum Thema „Risiko“, die teils einer didaktischen Reduk-

tion der o. g. Definition entsprechen. Auf dem Niveau eines Vorverständnisses kann das Einschätzen von Risiken je nach Situation insbesondere folgende Aktivitäten einschließen:

- das Erkennen, dass die Gefahr eines Ressourcenverlusts besteht,
- das Auswerten von Erfahrungswerten bzw. Daten zu Häufigkeiten des Eintretens eines Ressourcenverlusts,
- theoretische Überlegungen zur Eintretenswahrscheinlichkeit des Ressourcenverlusts,
- das Abschätzen des Ausmaßes oder der Folgen des Ressourcenverlusts,
- das Unterscheiden von Handlungsalternativen und das Antizipieren der Folgen der zur Verfügung stehenden Optionen, sowie
- Überlegungen des Identifizierens von im Hinblick auf Ressourcenverlust und Eintretenswahrscheinlichkeit als sinnvoll angesehenen Handlungsalternativen.

Die Alltagsrelevanz dieser Fähigkeiten wurde vielfach erörtert und belegt (Martignon & Sander 2008; Gigerenzer 2002; Kurz-Milcke, Gigerenzer & Martignon 2008; Latten, Martignon, Monti & Multmeier 2010). Gigerenzer (2002) spricht sogar von „Risk Literacy“ – ein Konstrukt, das vermutlich gerade im Bezug zu Mathematical Literacy und Statistical Literacy noch der empirischen Schärfung bedarf.

Gerade angesichts empirisch abgesicherter Befunde, die die Abhängigkeit risikobezogener Entscheidungen von teils irrationalen Gedanken zeigten (z. B. Kahnemann & Tversky 1979), wird ein Bedarf an Unterstützung von Fähigkeiten der rationalen Auseinandersetzung mit Risiken deutlich. Hierzu zählt eine strukturierte Betrachtungsweise, die verfügbare Daten und Quantifizierungen einbezieht, ein Beschreiben bzw. Kommunizieren, ein Vergleichen sowie ein argumentatives Abwägen von Risiken ermöglicht. An dieser Stelle ist ein Bündel mathematik- und statistikbezogener Grundkompetenzen erforderlich. Um Risiken quantitativ zu beschreiben und mit Hilfe von Kenndaten zu vergleichen, sind etwa Wissen über Proportionen (z. B. Martignon & Krauss 2009), datenbezogene Kompetenzen des Modellierens, beispielsweise bezüglich der Interpretation absolut oder relativ gegebener Daten, oder basale Vorstellungen zum Wahrscheinlichkeitsbegriff von großem Nutzen. Dies wird im Einzelnen nicht zuletzt auch an den weiter unten gegebenen Beispielen deutlich werden.

Insgesamt stellen Basisfähigkeiten des Einschätzens von Risiken nicht etwa ein mit anderen Zielen konkurrierendes Förderziel des Mathematikunterrichts dar, sondern die Idee „Einschätzen von Risiken“ hat im Gegenteil das Potential, syntheseartig mathematisches und statistisches Basiswissen in relevanten Kontexten zu verknüpfen und die flexible Einsetzbarkeit mathematischer Grundkompetenzen zu fördern. Solche Verknüpfungen mit der Leitidee „Daten und Zufall“ der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK 2004) betreffen einen Bereich, dem auch in vielen anderen Ländern seit einiger Zeit stärkeres curriculares Gewicht im schulischen Unterricht gegeben wird (Batanero et al. 1995). Gerade die Idee „Einschätzen von Risiken“ ist nämlich gut geeignet, Inhalte aus Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik anhand einer gemeinsamen Idee zu verknüpfen. Für die Unterrichtspraxis könnte dies eine Anregung und Gelegenheit sein, die derzeit in Curricula und Lehrwerken oft beobachtbare und für ein vernetzendes Lernen vermutlich kontraproduktive Trennung zwischen Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zu überbrücken. Die unterrichtspraktischen Beispiele dieses Beitrags können beispielsweise in einer späteren, rückschauenden Lernphase unter den unterschiedlichen Perspektiven des Wissens von Lernenden in Statistik einerseits und in Wahrscheinlichkeitsrechnung andererseits reflektiert werden. Dies wird etwas ausführlicher in Teil 4 diskutiert werden.

Die Förderung von Basisfähigkeiten des Einschätzens von Risiken ist eine Zielsetzung, die gerade auch Statistical Literacy betrifft. Liest man etwa die Begriffsbeschreibung von Statistical Literacy von Wallman (1993, vgl. auch Gal 2004) vor dem Hintergrund der Idee des Einschätzens von Risiken, so fallen Gemeinsamkeiten ins Auge:

„‘Statistical Literacy’ is the ability to understand and critically evaluate statistical results that permeate our daily lives – coupled with the ability to appreciate the contribution that statistical thinking can make in public and private, professional and personal decisions.“ (Walmann 1993, S. 1)

Die Gemeinsamkeiten sind sicherlich nicht nur dadurch bedingt, dass Risiken in den meisten Fällen auf der Basis realer Daten aus Tabellen oder Diagrammen entnommen oder mit statistischen Mitteln erhoben werden. Über diesen nahe liegenden Überschneidungsbereich hinaus gibt es auch – gleichsam unter der Oberfläche – weitere gemeinsame zugrunde liegende Ideen:

- Eine solche für Statistical Literacy grundlegende Idee ist der von Kröpfl, Peschek und Schneider (2000) diskutierte Dualismus zwischen „Information“ und „Überblick“. Die Fähigkeit, Daten bedarfsgerecht zu raffen bzw. Informationen oder Überblicke aus Daten abzuleiten ist für das Identifizieren und quantifizierende Beschreiben von Risiken durch geeignete Indikatoren wie beispielsweise der relativen Häufigkeit des Eintretens des Ressourcenverlusts von großer Bedeutung, gerade auch im Falle einer widersprüchlich interpretierbaren Datenlage. Datenbezogenes „Lesen“ (Curcio 1987) ist in diesem Sinne eine beiden Bereichen zugrunde liegende Idee.
- Eine zweite grundlegende Idee, die Idee des Umgangs mit statistischer Variabilität, wird von Watson und Callingham (2003) als zentral für Statistical Literacy erkannt. Dem entspricht auf der Seite des Einschätzens von Risiken die Idee des Umgangs mit Unsicherheit, wenn etwa in Form von Daten oder in Form wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen eine Grundlage für rationale Entscheidungen in „riskanten“ Situationen erarbeitet werden soll.

Insofern ergeben sich bei Förderzielen von Statistical Literacy und von Basisfähigkeiten des Einschätzens von Risiken deutliche Gemeinsamkeiten, die in Lernumgebungen zu einer Synthese geführt werden können. Empirische Untersuchungen in diesem Bereich werden gegenwärtig beispielsweise im Projekt RIKO-STAT (Kuntze, Engel, Martignon & Gundlach 2010) durchgeführt.

2 Flexibles Einsetzen von Grundwissen durch Situierung in übergreifenden Ideen und Kontexten stärken

Ein wesentliches Merkmal der Lernumgebung, die im Folgenden vorgestellt wird, ist die Verknüpfung der Idee des Einschätzens von Risiken mit verschiedenen Bereichen mathematischen und statistischen Grundwissens, wie beispielsweise dem Berechnen relativer Häufigkeitsangaben bzw. von Anteilen und Vergleiche von relativen Größen, auf die die Materialien der Kopiervorlage fokussieren. Durch entsprechende Aufgaben sollen auf einem elementaren Niveau insbesondere auch Prozesse des Reflektierens (Kuntze 2005) zu dieser übergreifenden Idee angeregt werden. Die Orientierung an übergreifenden bzw. Inhaltsgebiete prägenden Ideen ist eine in der Fachdidaktik traditionsreiche Intention (z. B. Klika 2003; Schweiger 1982). Lerngelegenheiten zu solchen

Ideen, mit denen konkrete mathematische Inhalte verknüpft werden können, bieten Möglichkeiten eines situierten Lernens (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl 2001), eines Vernetzens von Wissen und eine kognitive Ankerfunktion, was den Lernenden helfen kann, ihr Wissen in größeren Zusammenhängen zu organisieren. Diese Zielsetzung wird auch im Projekt „Awareness of Big Ideas in Mathematics Classrooms (ABCmaths)“ (Kuntze et al. 2010a, 2010b, www.abcmaths.net) verfolgt, in dessen Umfeld die Seminarveranstaltung angesiedelt war, aus der die im Folgenden vorgestellte Lernumgebung hervorging. Ziel der Lernumgebung ist es, Wissensaufbau zur Idee „Einschätzen von Risiken“ mit dem flexiblen Rückgriff auf Basiswissen zu verknüpfen. Im ersten Teil der Lernumgebung wird im Sinne einer didaktischen Reduktion der Ressourcenverlust als konstant angenommen, so dass – fachinhaltlich gesehen – der Auswertung von Häufigkeiten, die Wahrscheinlichkeiten schätzen können, zunächst das Augenmerk gilt. Die Annahme eines konstanten Ressourcenverlusts sollte dann später kritisch reflektiert werden. Der erste Teil der Lernumgebung stellt Verbindungen zu Basiswissen zu Proportionen, zu relativen Häufigkeiten und zur Arbeit mit Texten und Diagrammen her („datenbezogenes Lesen“), der zweite Teil der Lernumgebung verknüpft mit Konzepten der Wahrscheinlichkeitsrechnung wie Erwartungswert, Wahrscheinlichkeit etc., und nähert sich so auch begriffswissensmäßig der mathematischen Definition von Risiko an. In den beiden Teilen der Lernumgebung sollen die Lernenden über als relevant erlebbare Kontextbezüge im Bereich Risiko schrittweise erkennen können, dass die Idee des Einschätzens von Risiken mit unterschiedlichen allgemein mathematischen, statistischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Inhalten verbunden ist. Neben der Flexibilisierung von Grundwissen sollen auch erste Überblicke über die zugrunde liegende verbindende Idee „Risiko“ gewonnen werden. Den Zielen des situierten Lernens entspricht es dabei, Risiko gerade zu Beginn des Lernprozesses eben nicht als neuen formalisierten Fachbegriff einzuführen, sondern schrittweise herauszuarbeiten, welches Begriffs- und Vorwissen mit alltagsweltlichen Vorstellungen zum Themenbereich „Risiko“ zu tun haben kann und wie Risiko schließlich am tiefendsten mit lerngruppengerechten mathematischen Mitteln beschrieben werden kann.

3 Die Lernumgebung – die Materialien und ihr Einsatz im Unterricht

Die Lernumgebung besteht entsprechend der Intention, die Idee des Einschätzens und Beschreibens

von Risiken an verschiedenen Bereichen mathematischen Basiswissens zu verankern, aus zwei Teilen. In beiden Teilen wird jeweils unterschiedliches mathematisches Basiswissen mit dem Kontext „Risiko“ verknüpft, wodurch einerseits dieses Grundwissen mit Hilfe des Situationsbezugs gestärkt werden dürfte. Andererseits und gewissermaßen umgekehrt soll die Gegenüberstellung der beiden von unterschiedlichem Basiswissen gekennzeichneten Teile auch die Einsicht fördern, dass die Idee des Einschätzens von Risiken von gleichsam inhaltsbereichsübergreifender Natur und zumindest nicht etwa eine Art „Unterkapitel“ zum Unterricht irgendeines Rechenverfahrens wie beispielsweise dem Bestimmen von Erwartungswerten ist. Der erste Teil der Lernumgebung kann bereits ab der 6. Jahrgangsstufe eingesetzt werden, für den zweiten Teil der Lernumgebung ist es nützlich, wenn die Lernenden den Wahrscheinlichkeitsbegriff kennen gelernt haben und Erwartungswerte berechnen können. Sobald beide Voraussetzungen erfüllt

sind, können die beiden Teile der Lernumgebung wie hier geplant im Verbund eingesetzt werden.

Konkret sollen die Schülerinnen und Schüler im ersten Teil der Lernumgebung das mathematische Risiko anhand realer Daten einschätzen (in didaktischer Vereinfachung wird der eintretende Ressourcenverlust als gleich groß angenommen, wodurch relativen Häufigkeiten die tragende Bedeutung zukommt). Insofern ist die Herangehensweise mit der in Teil 1 vorgestellten Definition des mathematischen Risikobegriffs verträglich, auch wenn die Lernumgebung solche formale Betrachtungen zunächst ausblendet, damit möglichst junge Lernende angesprochen werden können.

Zunächst sollen die Lernenden ohne zusätzliche Informationen auf der Basis ihres Vorwissens einschätzen, beispielsweise in welcher Sportart die meisten Unfälle passieren (Aufgabe 1, Arbeitsblatt). Im nächsten Schritt sollen die Lernenden mit Hilfe der recht authentisch gestalteten „Zeitungsartikel“ (in Internet-Recherchen gefundene Daten) in „Materia-

Materialien 1 – Zeitungsartikel:

Angriff der Schäferhunde

Seinem Wesensbild nach ist der Schäferhund völlig gutartig und er zeigt wenig Aggressionen. So gesehen kann der Schäferhund nicht gefährlich sein. Die neue Statistik zeigt aber, dass Schäferhunde die gefährlichsten, weil bissfreudigsten Hunde sind. Im letzten Jahr wurden 94 Menschen von Schäferhunden gebissen. Im Vergleich dazu haben die kleinen Chihuahua nur 7 Menschen gebissen! Klar, ein so kleiner Hund kann ja nicht gefährlich sein. Aber selbst die aggressiven Rottweiler haben es „nur“ auf 31 Angriffe auf Menschen geschafft. Und die gefährlichen Dobermänner haben sogar nur 21 Personen gebissen. In Zukunft sollten Sie also lieber einen Bogen um Schäferhunde machen, als sich vor Rottweilern zu fürchten.

Auch die Stars werden nicht verschont – Fußball ist gefährlichste Sportart

Ballack, Nani, Essien, Adler und noch einige mehr. Dass man sich beim Sport verletzen kann, weiß jeder, dem das schon widerfahren ist. Aber dass Fußball die gefährlichste Sportart mit jährlich den meisten Sportverletzungen ist, ist neu. Dennoch fällt es vor den großen Turnieren besonders auf, wenn zahlreiche Stars verletzungsbedingt absagen. Doch nicht nur die Profis verletzen sich. Jährlich müssen ca. 571.000 Fußballer behandelt werden! Ganz anders beim Basketball. In dieser Sportart ist der Körperkontakt zum Gegner nicht erlaubt, deswegen verletzen sich beim Basketball auch nur ca. 63.000 Sportler. Volleyball mit 81.000 und Handball 210.000 Verletzten haben immer noch deutlich weniger Verletzungen zu beklagen als Fußball. Eltern, die sich große Sorgen um ihre Kinder machen, sollten sie Basketball spielen lassen.

Nicht nur der Umwelt zuliebe öfters mal das Auto stehen lassen

Autofahren ist nach neuesten Zahlen des Statistischen Bundesamtes um einiges gefährlicher als zum Beispiel Fahrrad zu fahren. Autofahrer sind nicht nur in deutlich mehr Unfälle verwickelt als Fahrradfahrer, es sterben auch mehr. Sie verbrennen im Auto oder müssen von der Feuerwehr aus dem Auto geschnitten werden. Allein 2008 starben 2.638 Autofahrer und „nur“ 656 Motorradfahrer, obwohl Motorrad fahren ja gefährlicher sein soll. Mit 653 getöteten Fußgängern sind diese Verkehrsteilnehmer nicht sicherer als Motorradfahrer. Die Fahrradfahrer mit nur 456 tödlich Verunglückten nehmen am sichersten am Straßenverkehr teil. Nicht nur der Umwelt zuliebe wäre es also besser, Fahrrad zu fahren oder zu Fuß zu gehen.

Exzessiver Alkoholkonsum unter Jugendlichen dramatisch hoch

„Komasaufen“ und „Flatrateparties“ waren in den letzten Jahren mehr und mehr in die Schlagzeilen geraten. Denn immer mehr Jugendliche im Alter zwischen 16 und 20 Jahren werden mit einer Alkoholvergiftung in Krankenhäuser eingeliefert. Letztes Jahr immerhin 21.197. Dagegen kennen die 21–25jährigen wohl schon ihre Grenzen. In dieser Altersgruppe werden nur 10.354 ins Krankenhaus eingeliefert. Man könnte meinen, dass man sich mit steigendem Alter besser kennt und sein Trinkverhalten besser unter Kontrolle hat. Aber weit gefehlt. Denn mit zunehmendem Alter verlieren die Menschen wieder die Kontrolle über sich. Von den 41–45jährigen werden mit 11.751 mehr eingeliefert als bei den 21–25jährigen. Bei den 46–50jährigen steigt die Zahl sogar nochmals auf 12.617. Vielleicht sollten nach den Jugendlichen verstärkt die Menschen zwischen 40 und 50 kontrolliert werden.

Arbeitsblatt: Das größte Risiko finden

1. Schätze, in welcher Altersstufe, in welcher Sportart, bei welcher Hunderasse und mit welchem Verkehrsmittel die jeweilige „Gefahr“ am größten ist. Erstelle eine Rangliste durch Verteilen der Platzziffern von 1 bis 4.

P L A T Z	In welchem Alter gibt es die meisten Alkoholvergiftungen?	P L A T Z	In welcher der vier Sportarten passieren die meisten Unfälle?	P L A T Z	Welche der vier Hunderassen verursacht die meisten Bisse?	P L A T Z	Mit welchem Verkehrsmittel passieren die meisten tödlichen Unfälle?
	16–20 Jahre		Basketball		Chihuahua		Auto
	21–25 Jahre		Fußball		Dobermann		Fahrrad
	41–45 Jahre		Handball		Rottweiler		Fußgänger
	46–50 Jahre		Volleyball		Schäferhund		Motorrad

2. Lies die Zeitungsartikel auf dem ersten Materialienblatt. Ordne die Altersgruppen, Sportarten, Hunderassen und Verkehrsmittel anhand der Informationen an. Welchen Situationen werden in den Artikeln die größten „Gefahren“ zugeordnet?

In welchem Alter gibt es die meisten Alkoholvergiftungen?	In welcher der vier Sportarten passieren die meisten Unfälle?	Welche der vier Hunderassen verursacht die meisten Bisse?	Mit welchem Verkehrsmittel passieren die meisten tödlichen Unfälle?
1.	1.	1.	1.
2.	2.	2.	2.
3.	3.	3.	3.
4.	4.	4.	4.

3. Auf dem zweiten Materialienblatt sind zusätzliche Informationen in Diagrammen zu finden. Ordne die Altersgruppen, Sportarten, Hunderassen und Verkehrsmittel anhand der Informationen an.

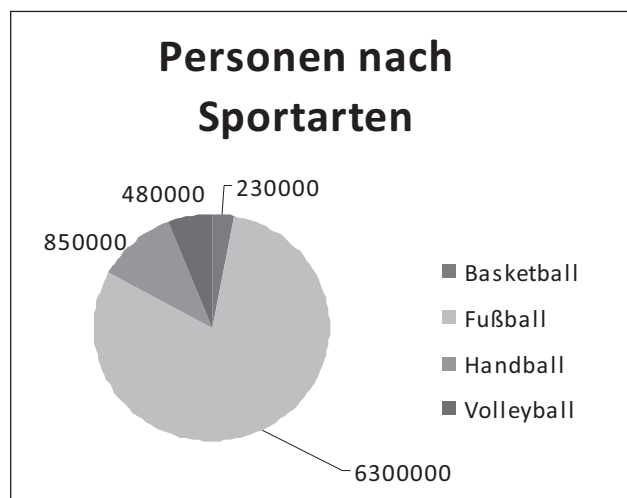
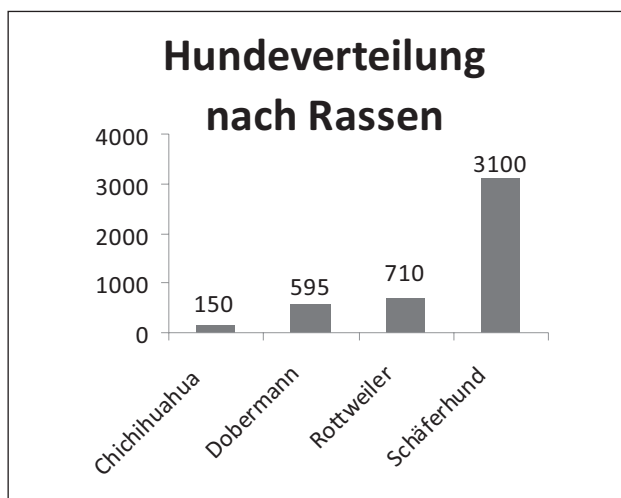
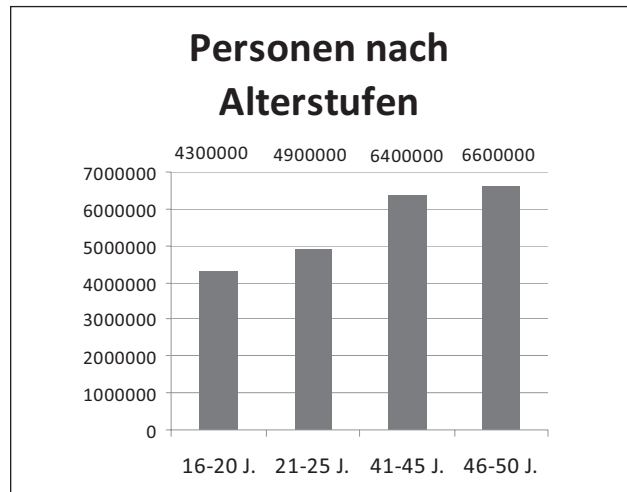
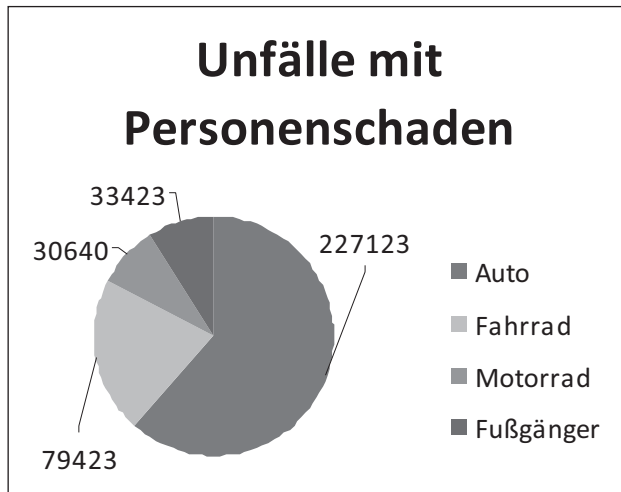
Welche der angegebenen Altersstufe ist am häufigsten vertreten?	Mit welchem Anteil wird eine Sportart gespielt?	Mit welchem Anteil gehört ein Hund zu einer bestimmten Rasse?	Mit welchem Anteil ist ein Auto, Fahrrad, Fußgänger oder Motorrad an einem Unfall beteiligt?
1.	1.	1.	1.
2.	2.	2.	2.
3.	3.	3.	3.
4.	4.	4.	4.

4. Hier müssen die Informationen von Aufgabe 2 und 3 verknüpft werden. Berechne, wie häufig die einzelnen Fälle eintreten. Beispielsweise: Verletzung beim Basketball, Biss durch Dobermann oder Tod bei Fahrradunfall. Ordne die Fälle an und schreibe die vergleichswisen (relativen) Häufigkeit dazu.

Alkoholvergiftung in der jeweiligen Altersstufe	Verletzung in der jeweiligen Sportart.	Hundebiss der jeweiligen Rasse	Tod im Fall eines Unfalls mit Personenschaden mit dem jeweiligen Verkehrsmittel
1.	1.	1.	1.
2.	2.	2.	2.
3.	3.	3.	3.
4.	4.	4.	4.

5. Du hast nun in Aufgabe 2 und Aufgabe 4 Tabellen mit unterschiedlichen Zahlen und vielleicht auch unterschiedlichen Rangfolgen. Erläutere, was die jeweilige Rangliste über das Risiko aussagt.
6. Welche der beiden Tabellen (Nr. 2 und Nr. 4) macht eine bessere Aussage über das Risiko? Oder vielleicht beide eine gleich gute? Begründe warum. Nach welcher Tabelle würdest du dich richten?
7. Schreibe die Zeitungsartikel (Infoblatt 1) so um, dass sie deiner Meinung nach möglichst gut über das jeweilige Risiko informieren.

Materialien 2 – Diagramme



Kopiervorlage 2

lien 1“ (für Aufgabe 2) und mit Hilfe der Diagramme in „Materialien 2“ (für Aufgabe 3) aus unterschiedlichen Darstellungsformen Informationen zu den jeweiligen Beispielen ermitteln und mithilfe dieser Daten die Beispiele erneut einordnen. Die Materialienblätter sollen sich die Schülerinnen und Schüler nacheinander (Zuerst Materialien 1, später Materialien 2) von einem Info-Tisch holen, damit noch nicht alle Informationen von vornherein zugänglich sind und die Bearbeitung der ersten Aufgaben nicht unnötig erschwert wird. Die Zusammenführung der Daten in den Tabellen von Aufgabe 2 und 3 führt schließlich zu einer vierten Tabelle mit relativen Werten. Dies soll für unterschiedliche Darstellungen im Bereich von Risiko sensibilisieren, um falsche Interpretationen von Aussagen zu vermeiden. Vor allem sind die Einschätzungen interessant, welche Tabelle besser über Risiko aufklärt (Tabelle 2 oder 4, Arbeitsblatt, Aufgabe 6) und welche Zeitungsartikel verändert werden sollten (Aufgabe 7, Arbeitsblatt).

Das Verändern der Zeitungsartikel dient dem Übergang zum zweiten Teil der Lernumgebung, bei dem das Entscheiden das Ziel des Umgangs mit Risiken ist. Während der erste Teil der Lernumgebung vorwiegend auf die Idee des Umgangs mit Information zum Einschätzen von Risiken fokussierte, kommt beim zweiten Teil der Lernumgebung das Umgehen mit Unsicherheit/Variabilität verstärkt ins Spiel. Das Erkennen, Einschätzen und Kommunizieren von Risiken ist dabei weiterhin sehr wichtig, weil die Lernenden oftmals noch nicht in der Lage sind, Berechnungsergebnisse adäquat zu interpretieren. Da sich Menschen nicht immer rational verhalten und ihr Handeln oft von irrationalen Risikoeinschätzungen beeinflusst wird (Kahnemann & Tversky 1979), sollen mathematische Überlegungen zu Risiken eine zusätzliche Erkenntnisbasis neben dem subjektiv empfundenen Risiko zur Verfügung stellen. Um sich der möglichen Gegensätzlichkeit der beiden Bereiche bewusst zu werden, soll das Erkennen von Ri-

siken und das Kommunizieren innerhalb der Klasse den Lernenden klar machen, dass es unterschiedliche Interpretationen von Risiken geben kann, die jedoch nicht alle gleichermaßen richtig sind. Aus diesem Grund beginnt der zweite Teil der Lernumgebung (vgl. Abb. 1) mit Fragen, die zur Reflexion über den Begriff Risiko anregen sollen.

Der zweite Teil der Lernumgebung fokussiert außerdem darauf, dass Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von Ressourcenverlusten berechnet werden können, um Grundlagen für Entscheidungen zu legen. Angefangen bei einfachen Alltagssituationen zu den Themen „Krankheitsrisiken“ und „Fairness von Versicherungsverträgen“ erstrecken sich die Aufgabenbeispiele bis hin zu komplizierteren Risikokalkulationen aus der Versicherungs- oder Finanzbranche, die sich in einer vertieften Betrachtungsweise auch für die Oberstufe eignen. Je nach Kenntnisstand der Klasse kann hier eine Auswahl gebildet werden. Nicht vergessen werden sollte, dass es sich bei einigen der Aufgaben um Modellierungsaufgaben handelt, weswegen dem Rückbezug der mathematischen Ergebnisse (z. B. Wahrscheinlichkeiten, Erwartungswerte) ein großer Stellenwert zukommt. Gerade für Wahrscheinlichkeitsangaben zu risikobehafteten Situationen hat sich gezeigt, dass diese oft falsch interpretiert werden (Gigerenzer 2002). Beim Rückbezug auf den Situationskontext kann auch ein schrittweise fragendes Vorgehen helfen: Was für ein Risiko besteht und wie gefährlich ist es für mich und/oder für andere? Besteht das Risiko immer? Wie groß ist das Risiko wirklich? Kann das Risiko durch ein bestimmtes Verhalten verringert werden? Kann man sich dem Risiko möglicherweise ganz entziehen?

Neben dem Berechnen der Wahrscheinlichkeiten von bestimmten Ressourcenverlusten im zweiten Teil der Lernumgebung sollte auch hier das Erkennen, Beschreiben, Interpretieren und Kommunizieren von Risiken im Vordergrund stehen. Dazu gehört auch die Erkenntnis, dass der mögliche Verlust meist einer subjektiven Bewertung unterworfen ist, die von Person zu Person recht unterschiedlich sein kann. Denn bei einer verengten Betrachtungsweise ohne Rückbezug der mathematischen Ergebnisse auf den Situationskontext könnte die Gefahr bestehen, dass die Menschen in Zukunft tatsächlich mehr Angst vor Chichihuahuas als vor Rottweilern haben.

4 Reflexion: Vernetzen und Verankern von Basiswissen

Abschließend möchten wir exemplarisch diskutieren, wie anhand der verbindenden Idee „Risiko“ Basis-

Mit Risiken umgehen, Risiken einschätzen

1. Was bedeutet für dich Risiko?
2. Welche Risiken können eingegangen werden und welche sollten besser vermieden werden? Gib Beispiele an und begründe deine Entscheidung.
3. Versicherungen zahlen im Schadensfall, aber verringern sie auch ein mögliches Risiko?
4. Wie können Risiken dargestellt werden und mit welchen Formen kommst du am besten zurecht?
5. „Nichts geschieht ohne Risiko, aber ohne Risiko geschieht auch nichts!“ Was versucht Walter Scheel, ehemaliger Bundespräsident der BRD, damit zu sagen?
6. Sollten die Krankenversicherungen genetische Informationen der Patienten über mögliche Gendefekte erhalten, um mögliche Risiken besser einschätzen zu können und dadurch die Beiträge differenzierter zu berechnen? Argumentiere aus Sicht der Versicherungen und aus Sicht von Patienten.
7. Die Feuerversicherung für Betriebe richtet sich vor allem nach der Betriebsart und der zugehörigen Feuergefährlichkeit. Nenne je zwei Betriebe mit hohem Brandrisiko und geringem Brandrisiko und beschreibe, warum das Risiko eines Feuers hoch oder gering ist. Welche Rolle können Brandschutzmaßnahmen für die Kosten der Versicherung spielen?
8. Was bedeutet die Aussage „Morgen haben wir ein Regenrisiko von 75 %“ (z. B. www.wetter.de)? Findest du diese Sprechweise angemessen?
9. Versicherungen sind letztlich Wetten zwischen zwei Personen. Wie lautet die Wette zwischen der Versicherungsgesellschaft und der versicherten Person, wenn es sich dabei um eine Lebensversicherung handelt?
10. Bei Versicherungen bedeutet ein höheres Risiko höhere Beiträge. Warum zahlt ein 20jähriger für eine Unfallversicherung weniger als ein 45jähriger, obwohl das Unfallrisiko des 20jährigen höher ist?
11. Sind Versicherungen fair? Eine Versicherung bietet eine Reiserücktrittversicherung für eine Erstattung bis 1000 € für 35 € an. In 2 % der Fälle muss die Versicherung 1000 € bezahlen. Wie viel hat die Versicherung bei 500 abgeschlossenen Versicherungen verdient? Wenn die Versicherung fair wäre, wie viel müsste sie dann als Beitrag verlangen? Welches Risiko trägt die Versicherung, welches Risiko der Versicherte?

Abb. 1: Aufgabenstellungen im zweiten Teil der Lernumgebung

wissen im Bereich von Statistik, Mathematik im Allgemeinen und Wahrscheinlichkeitsrechnung im Besonderen nicht nur in risikohaltigen Situationsbezügen verankert, sondern auch vernetzt werden kann.

Eine wesentliche Voraussetzung hierfür ist, dass das mathematische Modell in den Aufgabenstellungen meist nicht von vornherein völlig festgelegt ist. Beispielsweise wird im ersten Teil der Lernumgebung bewusst nicht gefragt „Berechne die relative Häufigkeit ...“, sondern die Aufgabenstellung knüpft eher an die Idee des Vergleichens und In-Relation-Setzens an. Wäre das mathematische Modell in der Aufgabenstellung bereits vorgegeben, so würde das isolierte Anwenden von Begriffen bereits zum Ziel führen und es bestünde wohl nur noch in geringerem Maße der Anlass, unterschiedliche Wege zu diskutieren und so Basiswissen aus verschiedenen Bereichen zu verknüpfen.

Beispielsweise könnte eine der Aufgaben des ersten Teils der Lernumgebung auch in etwa wie folgt lauten: „Von 3100 Schäferhunden und 150 Chichihuahuas in Hamburg wurden im letzten Jahr 94 bzw. 7 Menschen gebissen. Berechne die relativen Häufigkeiten von Hundebissen der beiden Hunderassen und folgere, für welche Hunderasse die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mensch gebissen wird, höher liegen dürfte.“ Diese Aufgabenstellung würde gezielt zwei Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ansprechen und den Rückgriff der Lernenden auf elementare mathematische oder auch statistisch relevante Ideen wie das Zählen, das Vergleichen, das Verwenden und Gegenüberstellen verschiedener Darstellungen, das Berechnen von Anteilen oder das Nutzen von Wissen im Umfeld von proportionalen Zusammenhängen (mit wie vielen Bissen muss in etwa gerechnet werden, wenn es gleich viele Chichihuahuas wie Schäferhunde gäbe?) zunächst weitgehend ausklammern. Hier bestehen jedoch gerade beim Vergleich unterschiedlicher Modellierungsmöglichkeiten reichhaltige Lerngelegenheiten, die sich auf Basiswissen beziehen und helfen können, Bezüge zu reflektieren. Nicht zuletzt können Begriffe wie der der relativen Häufigkeit aufs Neue motiviert werden.

Das Einschätzen von Risiken, das ja als Modellierungsprozess aufgefasst werden kann, bietet somit die Möglichkeit, basale mathematische Ideen bei einem eventuellen mehrfachen Durchlaufen des Modellierungskreislaufs zu reflektieren. So kann für die Lernenden nicht zuletzt sichtbar werden, dass beim datengestützten Einschätzen von Risiken Wahrscheinlichkeiten einen eher theoretischen Charakter haben und durch relative Häufigkeiten bestenfalls geschätzt werden können. Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten eines Ressourcenverlusts abzuschätzen entspricht jedoch einem anhand der risikohaltigen Situationskontexte leicht nachvollziehbaren Erkenntnisinteresse. In der Sprache mathematischen Grund-

wissens ausgedrückt, können diese Abschätzungen durch ein Ins-Verhältnis-Setzen gegebener Häufigkeiten gewonnen werden.

Literatur

- Batanero, C.; Godino, J.; Vallecillos, A.; Green, D.; Holmes, P. (1995): Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. In: *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 25(4), S. 527–547.
- Curcio, F. R. (1987): Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 18(5), S. 382–393.
- Dt. PISA-Konsortium (Hrsg.) (2004): PISA 2003. Münster: Waxmann.
- Gal, I. (2004): Statistical Literacy, Meanings, Components, Responsibilities. In: Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (Hrsg.): *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Dordrecht: Kluwer, S. 47–78.
- Gigerenzer, G. (2002). *Reckoning with risk: Learning to live with uncertainty*. London: Penguin Books.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979): Prospect theory: An analysis of decision under risk. In: *Econometrica* 47(2), S. 263–291.
- Klika, M. (Hrsg.) (2003). Zentrale Ideen. In: *mathematik lehren*, 119.
- KMK (Kultusministerkonferenz) (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss, München: Kluwer.
- Kröpfl, B.; Peschek, W.; Schneider, E. (2000): Stochastik in der Schule: Globale Ideen, lokale Bedeutungen, zentrale Tätigkeiten. In: *mathematica didactica* 23(2), S. 25–57.
- Kuntze, S. (2005): Also ich meine dazu ... – Materialien und Lernumgebungen zum Nachdenken über Mathematik. In: *mathematik lehren* 132, S. 4–10.
- Kuntze, S., Engel, J., Martignon, L. & Gundlach, M. (2010). Aspects of statistical literacy between competency measures and indicators for conceptual knowledge – Empirical research in the project RIKO-STAT. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS)*.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Siller, H.-S., Kurzmilcke, E., Winbourne, P., Fuchs, K.-J., Wagner, A., Wörn, C., Vogl, C. & Schneider, M. (2010a). Supporting teachers' awareness of big ideas in mathematics classrooms. In: Pinto, F. M. & Kawasaki, T. F. (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4. Belo Horizonte, Brazil: PME, S. 360
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Siller, H.-S., Kurzmilcke, E., Winbourne, P., Fuchs, K.-J., Wagner, A., Wörn, C., Vogl, C. & Schneider, M. (2010b). Große Ideen in der Mathematik sehen – Mathematik im Un-

- terrichtet mit großen Ideen transparenter machen. ABC-maths – ein EU-gefördertes internationales Drittmittelprojekt. In: *GDM-Mitteilungen* 89, S. 44–47.
- Kurz-Milcke, E., Gigerenzer, G. & Martignon, L. (2008). Transparency in Risk Communication. Graphical and Analog Tools. In: *Annals of the New York Academy of Sciences* 1128, S. 18–28.
- Martignon, L. & Krauss, S. (2009). Hands-on activities for fourth-graders: A tool box for decision-making and reckoning with risk. In: *International Electronic Journal of Mathematics Education* 4(3), S. 227–256.
- Latten, S., Martignon, L., Monti, M. & Multmeier, J. (2010). Die Förderung erster Kompetenzen für den Umgang mit Risiken bereits in der Grundschule: Ein Projekt von RIKO-STAT und dem Harding Center. In: *Stochastik in der Schule* 31(1), S. 17–25.
- Martignon, L. & Sander, W. (2008). Der aufgeklärte Umgang mit Unsicherheit in der Diskussion über Umwelt und nachhaltige Entwicklung: Eine schulische Interventionsstudie. In: *Europäische Akademie, Graue Reihe, Bd. 132*.
- OECD (2003): The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. URL: <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf> (Stand: 20.07.2010).
- Reinmann-Rothmeier, G.; Mandl, H. (2001): Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In: A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Päd. Psychologie*. Weinheim: Beltz, S. 601–646.
- Schweiger, F. (1982). Fundamentale Ideen der Analysis und handlungsorientierter Unterricht. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1982*, S. 103–111.
- Wallman, K. (1993): Enhancing Statistical Literacy: Enriching our Society. In: *Journal of the American Statistical Association* 88(421), S. 1–8.
- Watson, J.; Callingham, R. (2003): Statistical literacy: A complex hierarchical construct. In: *Statistics Education Research Journal* 2(2), S. 3–46.

Anschrift der Verfasser

Achim Schiller
 Schloßstr. 23
 71634 Ludwigsburg
 achimvonschiller@web.de

Prof. Dr. Sebastian Kuntze
 Institut für Mathematik und Informatik
 Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
 Reuteallee 46
 71634 Ludwigsburg
 kuntze@ph-ludwigsburg.de